ج . م . ع	مبـــادئ في الحســـــابيـــــــات ملخــص الـــــــدرس	ح. بــــوعـــيـــون

I) مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

$IN = \{0,1,2,3,4,5.......\}$

$IN^* = \{1,2,3,4,5.......\}$

II) الأعداد الصحيحة الطبيعية الزوجية – الفردية

1) نسمي عدد صحيح طبيعي زوجي كل عدد a يكتب على شكل $a = 2k$ حيث $k \in IN$.

2) نسمي عدد صحيح طبيعي فردي كل عدد a يكتب على شكل $a = 2k+1$ أو $a = 2k-1$ حيث $k \in IN$.

3) ملاحظات

a) يكون عدد زوجيا إذا كان رقم وحداته زوجيا .

b) يكون عدد فرديا إذا كان رقم وحداته فرديا .

c) *) إذا كان a و b زوجيين فإن $a+b$ زوجي .

*) إذا كان a و b فرديين فإن $a+b$ زوجي .

*) إذا كان a زوجيين و b فردي فإن $a+b$ فردي .

d) *) إذا كان a و b زوجيين فإن ab زوجي .

*) إذا كان a و b فرديين فإن ab فردي .

*) إذا كان a زوجيين و b فردي فإن ab زوجي .

e) إذا كان a و b عددين متتابعين فإن أحدهما زوجي والآخر فردي .

III) مضاعفات عدد

1) تعريف ليكن a و b عددين طبيعيين .

نقول إن العدد a مضاعف للعدد b إذا كان a يكتب على شكل $a = bk$ حيث $k \in IN$.

2) ملاحظات

*) 0 مضاعف كل عدد طبيعي .

*) 0 له مضاعف واحد هو 0 .

*) إذا كان a مضاعف b و b مضاعف c فإن a مضاعف للعدد b .

3) المضاعف المشترك الأصغر لعددين

تعريف ليكن a و b عددين طبيعيين غير منعدمين .

المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو أصغر مضاعف غير منعدم مشترك بينهما . ونرمز له ب $PPCM(a,b)$ أو $a \vee b$.

4) ملاحظات

*) إذا كان العدد a مضاعف للعدد b فإن $PPCM(a,b) = a$

*) $PPCM(a,a) = a$

IV) قواسم عدد

1) تعريف ليكن a و b عددين طبيعيين .

نقول إن العدد a قابل للقسمة على b ، أو إن العدد b يقسم a إذا كان a مضاعف b يعني a يكتب على شكل $a = bk$ حيث $k \in IN$. ونكتب b/a .

2) ملاحظات

*) كل الأعداد الطبيعية تقسم 0 .

*) 0 يقسم عدد واحد هو 0 .

*) إذا كان b يقسم a و c يقسم b فإن c يقسم a .

*) العدد 1 يقسم جميع الأعداد الطبيعية .

*) كل عدد يقسم نفسه .

*) للعدد 1 قاسم واحد هو 1 .

3) مصادق القسمة على 2-3-4-5-9-11-25

a) ترميز

ليكن α_0 ، α_1 ، α_2 ، α_3 ، ...... ، α_r أرقاما من $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

نرمز بالكتابة $\overline{\alpha_r\alpha_{r-1}...\alpha_0}$ إلى العدد الذي رقم وحداته α_0 ، رقم عشراته α_1 ، ....

b) خاصية

نعتبر العدد $a = \overline{\alpha_r\alpha_{r-1}...\alpha_0}$ لدينا:

*) a يقبل القسمة على 2 إذا كان $\alpha_0 \in \{0,2,4,6,8\}$

*) a يقبل القسمة على 3 إذا كان $3/\alpha_0+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_r$

*) a يقبل القسمة على 4 إذا كان $4/\overline{\alpha_0\alpha_1}$

*) a يقبل القسمة على 5 إذا كان $\alpha_0 \in \{0,5\}$

*) a يقبل القسمة على 9 إذا كان $9/\alpha_0+\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_r$

*) a يقبل القسمة على 3 إذا كان $11\ /\ (\alpha_0+\alpha_2+\alpha_4+......)-(\alpha_1+\alpha_3+\alpha_5+.....)$

*) a يقبل القسمة على 25 إذا كان $\overline{\alpha_1\alpha_0} \in \{\overline{00},\overline{25},\overline{50},\overline{75}\}$

4) القاسم المشترك الأكبر لعددين

تعريف ليكن a و b عددين طبيعيين غير منعدمين .

القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو أكبر قاسم غير منعدم مشترك بينهما . ونرمزله ب $PGCD(a,b)$ أو $a \wedge b$.

5) خوارزمية أوقليدس .

ليكن a و b من IN^* بحيث $a \geq b$.

من أجل تحديد $PGCD(a,b)$ ننجز قسمات أقليدية متتالية :

نبدأ بقسمة a على b ثم نقسم في كل مرة المقسوم عليه على الباقي وهكذا حتى نحصل على باقي منعدم وسيكون $PGCD(a,b)$ هو آخر باقي غير منعدم .

ويمكن تلخيص هذه النتاج في جدول كما يلي :

a	b	r_1	r_2	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
	q_1	q_2	q_3			
r_1	r_1	r_2	$\cdots$	$\cdots$	r_n	0

V) الأعداد الأولية

1) تعريف نسمي عددا أوليا كل عدد a صحيح طبيعي له قاسمان فقط 1 و a .

2) ملاحظة

a) لكي نتحقق هل العدد a أولي نتبع ما يلي .
نحدد جميع الأعداد الأولية p التي تحقق $p^2 \leq a$
إذا كان أحد هذه الأعداد يقسم a فإن a غير أولي .
إذا كانت جميع هذه الأعداد لا تقسم a فإن a أولي .

b) الأعداد الأولية الأصغر من 100 هي
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 ، 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

c) كل عدد أولي $p \neq 2$ هو فردي

d) العدد 1 ليس أولي .

3) تفكيك عدد إلى جداء عوامل أولية

خاصية : كل عدد طبيعي $a \geq 2$ يكتب بطريقة وحيدة على شكل $a = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}......p_r^{\alpha_r}$ حيث
p_1 ، p_2 ، p_3 ، ...... ، p_r أعداد أولية .
α_1 ، α_2 ، α_3 ، ...... ، α_r أعددا طبيعية غير منعدمة .
هذه الكتابة تسمى تفكيك العدد a إلى جداء عوامل أولية .

مثال

لنفكك العدد 54: لدينا

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

إذن إذن $54 = 2 \times 3^3$

4) تطبيق .

a) المضاعف المشترك الأصغر لعددين a و b هو جداء العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بين تفكيكي a و b مرفوعة إلى أكبر أس .

b) القاسم المشترك الأكبر لعددين a و b هو جداء العوامل الأولية المشتركة بين تفكيكي a و b مرفوعة إلى أصغر أس .

مثال لنحدد: $76 \wedge 632$ و $76 \vee 632$

لدين

632	2
316	2
158	2
79	79
1	

76	2
38	2
19	19
1	

إذن $632 = 2^3.79$ و $76 = 2^2.19$

ومنه $76 \wedge 632 = 2^2 = 4$ و $76 \vee 632 = 2^3.19.79 = 12008$

c) ليكن $a \geq 2$
و $a = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}......p_r^{\alpha_r}$ تفكيك العدد a إلى جداء عوامل أولية .
عدد قواسم العدد a هو $(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)\cdots\cdots(1+\alpha_r)$